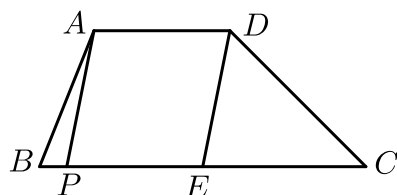


第2讲 四边形中的动点问题（练习）

一、动点与四边形存在性综合

1. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， E 是 BC 的中点， $AD = 5$ ， $BC = 12$ ， $CD = 4\sqrt{2}$ ， $\angle C = 45^\circ$ ，点 P 是 BC 边上一动点，设 PB 的长为 x ，当 x 的值为 _____ 或 _____ 时，以点 P 、 A 、 D 、 E 为顶点的四边形为平行四边形（答案请从小到大书写）。



2. 如图，边长为7的正方形 $OABC$ 的顶点 O 在坐标原点处，点 A 、 C 分别在 x 轴、 y 轴的正半轴上，点 E 是 OA 边上的点（不与点 A 重合）， $EF \perp CE$ ，且与正方形外角平分线 AG 交于点 P 。

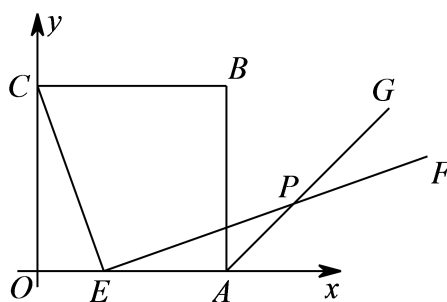


图1

- (1) 求证： $CE = EP$ 。
- (2) 若点 E 的坐标为 $(4, 0)$ ，在 y 轴上是否存在点 M ，使得四边形 $BMEP$ 是平行四边形？若存在，求出点 M 的坐标；若不存在，说明理由。

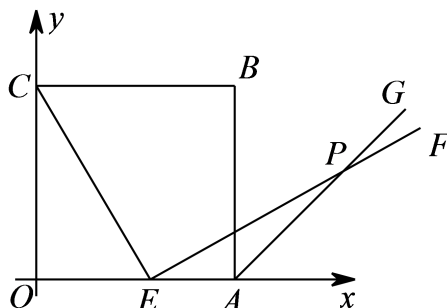
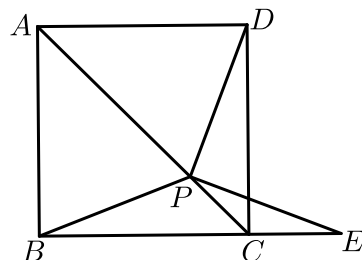


图2

二、 四边形动点之最值问题

3. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， P 是对角线 AC 上的一动点（包括点 A 、点 C ），点 E 在直线 BC 上，且 $PE = PB$ 。

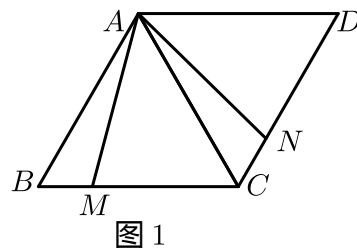


- (1) 求证： $\triangle BCP \cong \triangle DCP$.
- (2) 连接 DE ，求证： $\triangle DPE$ 为等腰直角三角形 .
- (3) 若 $AB = 2\sqrt{2}$ ，点 P 在 AC 上运动过程中，直接写出 $\triangle DPE$ 面积的最大值和最小值 .

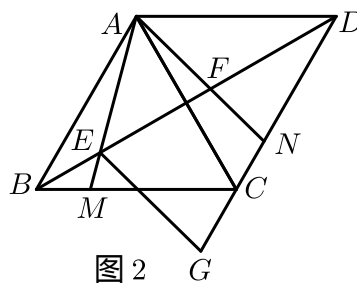
三、 四边形动点中之线段问题

4. 已知在菱形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$, M 、 N 分别是边 BC , CD 上的两个动点, $\angle MAN = 60^\circ$, AM 、 AN 分别交 BD 于 E 、 F 两点.

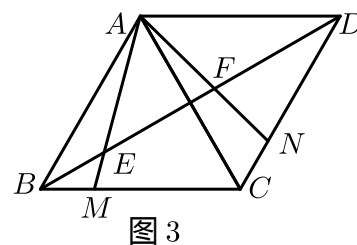
(1) 如图1, 求证: $CM + CN = BC$.



(2) 如图2, 过点 E 作 $EG \parallel AN$ 交 DC 延长线于点 G , 求证: $EG = EA$.

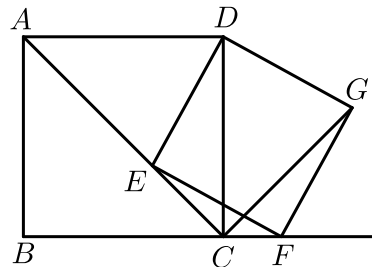


(3) 如图3, 若 $AB = 1$, $\angle AED = 45^\circ$, 直接写出 EF 的长.



四、 四边形动点之路径问题

5. 如图，已知四边形 $ABCD$ 为正方形，点 E 为线段 AC 上一点，连接 DE ，过点 E 作 $EF \perp DE$ ，交射线 BC 于点 F ，以 DE 、 EF 为邻边作矩形 $DEFG$ ，连接 CG 。



- (1) 求证：矩形 $DEFG$ 是正方形 .
- (2) 当点 E 从 A 点运动到 C 点时，
- ① 求证： $\angle DCG$ 的大小始终不变 .
 - ② 若正方形 $ABCD$ 的边长为2，则点 G 运动的路径长为 _____ .